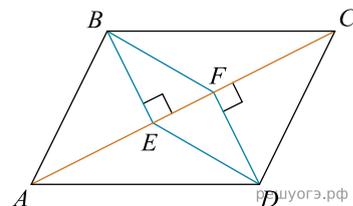


1. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рис.). Докажите, что $BFDE$ — параллелограмм.



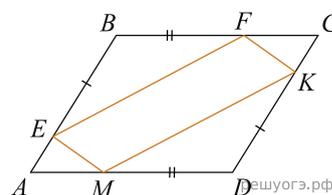
2. В треугольнике ABC с тупым углом ACB проведены высоты AA_1 и BB_1 . Докажите, что треугольники A_1CB_1 и ACB подобны.

3. Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD . Точка L — середина стороны BC . Докажите, что DL — биссектриса угла CDA .

4. Биссектрисы углов C и D трапеции $ABCD$ пересекаются в точке P , лежащей на стороне AB . Докажите, что точка P равноудалена от прямых BC , CD и AD .

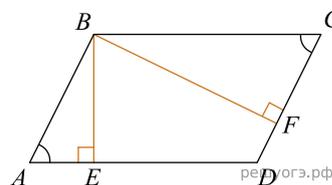
5. Докажите, что отрезок, соединяющий середины оснований трапеции, делит ее на две равные по площади части.

6. В параллелограмме $ABCD$ точки E , F , K и M лежат на его сторонах, как показано на рисунке, причем $AE = CK$, $BF = DM$. Докажите, что $EFKM$ — параллелограмм.

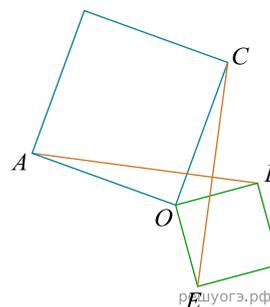


7. В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

8. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BE и BF . Докажите, что $\triangle ABE$ подобен $\triangle CBF$.



9. Два квадрата имеют общую вершину. Докажите, что отмеченные на рисунке отрезки AB и CE равны.



10. В параллелограмме проведены биссектрисы противоположных углов. Докажите, что отрезки биссектрис, заключенные внутри параллелограмма, равны.

11. Середины сторон параллелограмма являются вершинами ромба. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

12. Известно, что около четырехугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AD и BC четырехугольника пересекаются в точке K . Докажите, что треугольники KAB и KCD подобны.

13. Дана равнобедренная трапеция $ABCD$. Точка M лежит на основании AD и равноудалена от концов другого основания. Докажите, что M — середина основания AD .
14. Три стороны параллелограмма равны. Докажите, что отрезок с концами в серединах противоположных сторон параллелограмма равен четверти его периметра.
15. В параллелограмме $ABCD$ проведены высоты BH и BE к сторонам AD и CD соответственно, при этом $BH = BE$. Докажите, что $ABCD$ — ромб.
16. В параллелограмме $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке K . Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ в четыре раза больше площади треугольника AKD .
17. Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.
18. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрали произвольную точку E . Докажите, что сумма площадей треугольников BEC и AED равна половине площади параллелограмма.
19. Известно, что около четырехугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырехугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.
20. Основания BC и AD трапеции $ABCD$ равны соответственно 5 и 20, $BD = 10$. Докажите, что треугольники CBD и ADB подобны.
21. Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .
22. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.
23. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.
24. Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках P и T соответственно. Докажите, что $BP = DT$.
25. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке E стороны BC . Докажите, что E — середина BC .
26. Сторона CD параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны BC . Точка N — середина стороны CD . Докажите, что BN — биссектриса угла ABC .
27. В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AB . Известно, что $EC = ED$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.